

## MATEMATYKA klasa 2 LO (4-letniego)

### poziom podstawowy

#### PRZEDMIOTOWY SYSTEM OCENIANIA

#### ZASTOSOWANIA FUNKCJI KWADRATOWEJ

Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:

- wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale;
- rozwiązywać równania kwadratowe niezupełne ( $ax^2 + bx = 0$ ,  $ax^2 + c = 0$ ) metodą rozkładu na czynniki;
- określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika;
- określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze;
- dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie;
- rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki;
- przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej;
- odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej;
- rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej;
- rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych;
- wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności;
- znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie;
- podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu.

Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:

- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji

kwadratowej;

- rozwiązywać równanie postaci  $|f(x)| = b$ , gdzie  $f$  jest funkcją kwadratową;
- wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- rozwiązywać układy nierówności kwadratowych;
- wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji;
- zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku;
- rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych;
- rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami;
- odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej  $f$  liczbę rozwiązań równania  $f(x) = m$  w zależności od parametru  $m$ .

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- wyprowadzić wzory na współrzędne wierzchołka paraboli;
- sprowadzać na ogólnych danych funkcję kwadratową z postaci ogólnej do postaci kanonicznej;
- wyprowadzić wzory na pierwiastki równania kwadratowego;
- znajdować na podstawie zadania tekstowego związek między dwiema wielkościami, gdy wyraża się on poprzez funkcję kwadratową, i szkicować wykres tej funkcji z uwzględnieniem dziedziny;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczące funkcji kwadratowej.

## **WIELOMIANY I WYRAŻENIA WYMIERNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów;
- określać stopień wielomianu;
- obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów;
- dodawać i odejmować wielomiany;

- mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów;
- zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$ ,  $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$  w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia;
- przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia;
- sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
- odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej;
- podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki;
- rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów;
- rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki;
- dzielić wielomiany pisemnie;
- zapisywać wielomiany w postaci  $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$ , mając dane wielomiany  $W$  i  $P$ ;
- stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta;
- dzielić wielomian przez dwumian  $x - a$  przy użyciu schematu Hornera;
- rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta;
- wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych;
- określać stopień wielomianu wielu zmiennych;
- obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych;
- określać dziedzinę wyrażenia wymiernego;
- skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne;
- sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika;
- dodawać i odejmować wyrażenia wymierne;
- mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne;
- rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych;
- wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe;
- wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony dany warunek;

- wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów;
- zapisywać sumę algebraiczną w postaci  $(a + b)^3$ ,  $(a - b)^3$ ,  
 $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ,  $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ ;
- stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów;
- rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania;
- stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych;
- wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki;
- stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie;
- rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów;
- rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem;
- znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi;
- stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie;
- wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych;
- rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy).

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić poprawność schematu Hornera;
- udowodnić twierdzenie o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych;
- rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany postaci np.  $x^4 + 1$  lub  $x^4 + x^2 + 1$ ;
- rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące wielomianów.

## **PLANIMETRIA**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta;
- wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa;
- wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta;

- wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostokątnej) do danej przechodzącej przez dany punkt;
- określać wzajemne położenie dwóch okręgów;
- korzystać z własności stycznej do okręgu;
- określać wzajemne położenie okręgu i prostej;
- korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych;
- korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
- stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego;
- stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy;
- obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych;
- stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków;
- stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych;
- rozpoznawać figury podobne;
- obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa;
- rozpoznawać trójkąty podobne;
- stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów;
- poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta;
- stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta;
- stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych;
- korzystać z własności okręgów stycznych;
- korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych;
- stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą;
- stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu;

- stosować zależność między kątem środkowymi i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy;
- stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych;
- rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym;
- stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych;
- wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie;
- stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego;
- rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem;
- korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić twierdzenie o kącie środkowym i kącie wpisanym opartych na tym samym łuku;
- udowodnić twierdzenie Talesa;
- udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;
- stosować własności okręgów i trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia kątów wpisanych opartych na tym samym łuku lub trójkątów podobnych
- rozwiązywać trudniejsze zadania konstrukcyjne (np. konstruować styczną do okręgu z punktu leżącego poza tym okręgiem lub konstruować odcinek o długości będącej średnią geometryczną dwóch danych odcinków) i udowadniać poprawność takich konstrukcji.

## **FUNKCJE TRYGNOMETRYCZNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach;
- obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych;

- konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ;
- korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);
- znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną);
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią  $x$ ;
- stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego:  
 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ,  $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ ,  $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$  w prostych przypadkach;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów;
- stosować wzór  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ , gdzie  $\alpha$  jest kątem ostrym;
- wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego;
- prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych;
- obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych;
- stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta  $180^\circ - \alpha$  do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych;
- korzystać ze wzoru na pole trójkąta  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$  w przypadku kąta rozwartego;
- stosować w zadaniach podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ,  $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ ;
- znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta;
- udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach;
- wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek;
- stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach;
- korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań;
- korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym;
- konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych;
- stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie;
- udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia;
- rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość  $\sin \alpha + \cos \alpha$ , obliczyć  $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$ .

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić wzory redukcyjne dla kątów rozwartych;
- wyprowadzić wzór  $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ ;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności z zastosowaniem trygonometrii, np. zadania na dowodzenie związków miarowych w trójkątach i czworokątach.

## **FUNKCJE WYKŁADNICZE I LOGARYTMICZNE**

**Na poziomie wymagań koniecznych lub podstawowych – na ocenę dopuszczającą (2) lub dostateczną (3) uczeń potrafi:**

- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych;
- przekształcać wykresy funkcji wykładniczych;



- wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu;
- rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej;
- stosować w zadaniach wzory na logarytm iloczynu i ilorazu;
- stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi;
- sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych;
- przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych;
- obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu.

**Na poziomie wymagań rozszerzających lub dopelniających – na ocenę dobrą (4) lub bardzo dobrą (5) uczeń potrafi:**

- rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie;
- wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;
- wyznaczać dziedzinę funkcji typu  $f(x) = \log_a(g(x))$ ;
- odczytywać z wykresów funkcji  $f$  i  $g$  rozwiązanie nierówności  $f(x) \leq g(x)$ , korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej;
- rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym.

**Na poziomie wymagań wykraczających – na ocenę celującą (6) uczeń potrafi:**

- udowodnić wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi;
- rozwiązywać zadania o znacznym stopniu trudności, wykorzystując własności logarytmów oraz własności funkcji wykładniczej i funkcji logarytmicznej.