

# MATEMATYKA klasa 2 LO (4-letniego)

## poziom rozszerzony

### PLAN WYNIKOWY

#### I. Zastosowania funkcji kwadratowej

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"><li>wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej</li><li>wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji określonej za pomocą różnych wzorów na różnych przedziałach</li></ul>
Miejsca zerowe funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązywać równania kwadratowe niepełne (<math>ax^2 + bx = 0</math>, <math>ax^2 + c = 0</math>) metodą rozkładu na czynniki</li><li>określać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnika</li><li>określać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorze</li><li>dobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanie</li><li>rozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastki</li><li>przedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowej</li><li>odczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>rozwiązywać równania kwadratowe z wartością bezwzględną, w tym równania wymagające rozważenia przypadków oraz równania postaci <math> f(x)  = b</math>, gdzie <math>f</math> jest funkcją kwadratową</li><li>wykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji</li></ul>
Wzory Viète'a	<ul style="list-style-type: none"><li>stosować wzory Viète'a do wyznaczania sumy oraz iloczynu pierwiastków równania kwadratowego</li><li>ustalać znaki miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie znaków jej współczynników</li><li>obliczać wartości wyrażeń, w których występują miejsca zerowe funkcji</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>wyznaczać wzór funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej własnościach, np. o sumie kwadratów jej miejsc zerowych</li><li>stosować wzory Viète'a w zadaniach na dowodzenie</li></ul>

	<p>kwadratowej, bez obliczania tych miejsc zerowych</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• obliczać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z wykorzystaniem wzorów Viète'a</li> </ul>	
Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowej</li> <li>• rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej</li> <li>• wykonywać działania na zbiorach rozwiązań nierówności kwadratowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji</li> <li>• rozwiązywać układy nierówności kwadratowych</li> <li>• rozwiązywać nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną</li> <li>• rysować wykresy funkcji kwadratowych z wartością bezwzględną</li> </ul>
Zadania prowadzące do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych</li> <li>• wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej</li> <li>• rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać układy równań z wartością bezwzględną prowadzące do równań kwadratowych</li> <li>• zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku</li> </ul>
Równania kwadratowe z parametrem	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać równania kwadratowe z parametrem</li> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące liczby rozwiązań równania kwadratowego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem z zastosowaniem wzorów Viète'a</li> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem i z wartością bezwzględną</li> </ul>
Nierówności kwadratowe z parametrem	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa nie ma rozwiązań</li> <li>• sprawdzać, dla jakich wartości parametru nierówność kwadratowa jest prawdziwa dla każdej liczby rzeczywistej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać zbiór rozwiązań nierówności kwadratowej w zależności od parametru</li> <li>• wyznaczać wartości parametru, dla których dziedziną funkcji jest zbiór liczb rzeczywistych</li> </ul>
Własności funkcji kwadratowej – podsumowanie	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności</li> <li>• rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami</li> <li>• znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie</li> <li>• podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu</li> <li>• ilustrować na płaszczyźnie kartezjańskiej zbiory rozwiązań nierówności typu <math>y \geq ax^2 + bx + c</math> oraz wykonywać działania na takich zbiorach</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rysować wykresy funkcji kwadratowych przedstawiających np. sumę kwadratów pierwiastków równania kwadratowego z parametrem</li> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące położenia rozwiązań równania kwadratowego na osi liczbowej</li> </ul>

## II. Wielomiany i wyrażenia wymierne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Określenie funkcji wielomianowej	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów</li> <li>• określać stopień wielomianu</li> <li>• obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów</li> <li>• wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby był spełniony dany warunek</li> </ul>
Działania w zbiorze wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dodawać i odejmować wielomiany</li> <li>• mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów</li> <li>• obliczać sumę współczynników wielomianu</li> </ul>
Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> <li>• zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci <math>(a + b)^3</math>, <math>(a - b)^3</math>, <math>(a + b)(a^2 - ab + b^2)</math>, <math>(a - b)(a^2 + ab + b^2)</math> w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia</li> <li>• zapisywać sumę algebraiczną w postaci <math>(a + b)^3</math>, <math>(a - b)^3</math>, <math>(a + b)(a^2 - ab + b^2)</math>, <math>(a - b)(a^2 + ab + b^2)</math></li> <li>• przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach wzór na kwadrat sumy trzech składników</li> <li>• stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu</li> <li>• odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej</li> <li>• podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki</li> <li>• rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia</li> <li>• rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów</li> <li>• rozwiązywać równanie wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki</li> <li>• stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozkładać wielomian na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych wyrazów w postaci sumy innych wyrazów</li> <li>• rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania</li> <li>• wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki</li> <li>• stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie</li> <li>• rozkładać na czynniki kwadratowe nierozkładalne wielomiany typu <math>x^4 + 1</math> lub <math>x^4 + x^2 + 1</math></li> </ul>
Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzielić wielomiany pisemnie</li> <li>• zapisywać wielomiany w postaci <math>W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)</math>, mając dane</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów</li> </ul>

	<p>wielomiany <math>W</math> i <math>P</math></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta</li> </ul>	
Zastosowanie twierdzenia Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dzielić wielomian przez dwumian <math>x - a</math> przy użyciu schematu Hornera</li> <li>• rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych lub pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta</li> <li>• określać krotność pierwiastka wielomianu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące pierwiastków wielokrotnych wielomianu</li> <li>• rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem</li> </ul>
Nierówności wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą siatki znaków</li> <li>• rozwiązywać nierówności wielomianowe metodą przybliżonego wykresu wielomianu</li> <li>• rozwiązywać układy nierówności wielomianowych</li> <li>• podawać przykłady nierówności wielomianowych, mając dany zbiór ich rozwiązań</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystywać nierówności wielomianowe do wyznaczania dziedziny funkcji</li> <li>• rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące nierówności wielomianowych</li> <li>• rozwiązywać nierówności wielomianowe z wartością bezwzględną</li> <li>• rozwiązywać nierówności wielomianowe z parametrem</li> </ul>
Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych</li> <li>• określać stopień wielomianu wielu zmiennych</li> <li>• obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych</li> <li>• określać dziedzinę wyrażenia wymiernego</li> <li>• skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne</li> <li>• sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi</li> <li>• stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie</li> <li>• wyznaczać wartości parametrów tak, aby dane wyrażenia wymierne były równe</li> </ul>
Działania na wyrażeniach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> <li>• dodawać i odejmować wyrażenia wymierne</li> <li>• mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych</li> </ul>
Równania wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych</li> <li>• wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych zmiennych</li> <li>• rozwiązywać proste zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań wymiernych (np. dotyczące wydajności pracy)</li> <li>• rozwiązywać równania wymierne z wartością bezwzględną</li> </ul>
Nierówności wymierne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności liniowych lub kwadratowych</li> <li>• rozwiązywać nierówności wymierne prowadzące do nierówności wielomianowych zapisanych w postaci iloczynu czynników liniowych i kwadratowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać nierówności wymierne z wartością bezwzględną</li> <li>• rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z parametrem wymagające rozwiązania prostych równań i nierówności wymiernych</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>rozwiązywać zadania dotyczące liczby rozwiązań równań wymiernych postaci <math>\frac{f(x)}{g(x)} = 0</math>, gdzie wzór funkcji <math>f</math> jest zapisany za pomocą parametru</li> </ul>
Funkcja wymierna	<ul style="list-style-type: none"> <li>wyznaczać dziedzinę funkcji wymiernej</li> <li>przekształcać wzór funkcji homograficznej do postaci <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math></li> <li>rysować wykres i podawać własności funkcji <math>f(x) = \frac{a}{x-p} + q</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>rysować wykres funkcji typu <math>f(x) = \frac{x^2-1}{x-1}</math> i wyznaczać jej zbiór wartości</li> <li>rysować wykresy funkcji homograficznych z wartością bezwzględną</li> <li>rozwiązywać układy równań wymiernych prowadzące do równań kwadratowych</li> <li>rozwiązywać graficznie równanie, nierówność lub układ równań, korzystając z wykresów funkcji homograficznych</li> </ul>

### III. Planimetria

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie TREŚCI PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie TREŚCI PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Wstęp do planimetrii	<ul style="list-style-type: none"> <li>wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta</li> <li>wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa</li> <li>wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta</li> <li>wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych</li> </ul>
Okręgi i proste	<ul style="list-style-type: none"> <li>określać wzajemne położenie dwóch okręgów</li> <li>korzystać z własności okręgów stycznych</li> <li>korzystać z własności stycznej do okręgu</li> <li>określać wzajemne położenie okręgu i prostej</li> <li>korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych</li> <li>korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>korzystać z własności stycznych do okręgu i własności okręgów stycznych w wieloetapowych zadaniach geometrycznych</li> </ul>

Kąty w kole	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego</li> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku</li> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku</li> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy</li> <li>• obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą</li> <li>• stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu</li> <li>• stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy</li> </ul>
Wielokąt wpisany w okrąg	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzygać, czy na danym czworokącie można opisać okrąg</li> <li>• stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w trudniejszych zadaniach (np. zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie wpisanym w okrąg</li> </ul>
Wielokąt opisany na okręgu	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozstrzygać, czy w dany czworokąt można wpisać okrąg</li> <li>• stosować w prostych zadaniach twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w trudniejszych zadaniach (np. w zadaniach na dowodzenie lub zadaniach konstrukcyjnych) twierdzenie o czworokącie opisanym na okręgu</li> </ul>
Twierdzenie Talesa	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków</li> <li>• stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych</li> <li>• rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa</li> <li>• rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym</li> </ul>
Podobieństwo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznawać figury podobne</li> <li>• obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa</li> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie</li> </ul>
Trójkąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozpoznawać trójkąty podobne</li> <li>• stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów</li> <li>• poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych</li> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta</li> <li>• stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta</li> <li>• stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i promień okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego</li> <li>• stosować podobieństwo trójkątów w zadaniach wieloetapowych, np. wymagających poprowadzenia dodatkowych odcinków i dostrzeżenia trójkątów podobnych</li> <li>• rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem</li> <li>• korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>

## IV. Funkcje trygonometryczne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach</li> <li>• obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych</li> <li>• konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> <li>• posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math>, <math>60^\circ</math></li> <li>• korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora)</li> <li>• znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną)</li> <li>• obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią <math>x</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach</li> <li>• wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> </ul>
Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha</math>, <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math>, <math>\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha</math> w prostych przypadkach</li> <li>• znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach</li> <li>• sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek</li> <li>• korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
Zastosowania funkcji trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów</li> <li>• stosować wzór <math>P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha</math>, gdzie <math>\alpha</math> jest kątem ostrym</li> <li>• wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych, np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań</li> <li>• korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym</li> </ul>

Funkcje trygonometryczne kąta rozwartego	<ul style="list-style-type: none"> <li>• prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych</li> <li>• obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych</li> <li>• stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta <math>180^\circ - \alpha</math> do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych</li> <li>• korzystać ze wzoru <math>P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha</math> w przypadku kąta rozwartego</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych</li> <li>• stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie</li> </ul>
Własności funkcji trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, <math>\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha</math></li> <li>• znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta</li> <li>• udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia</li> <li>• rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość <math>\sin \alpha + \cos \alpha</math>, obliczyć <math>\sin \alpha \cdot \cos \alpha</math></li> </ul>

## V. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych</li> <li>• przekształcać wykresy funkcji wykładniczych</li> <li>• wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej</li> <li>• obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu</li> <li>• rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej</li> <li>• rozwiązywać graficznie układ dwóch równań, z których jedno jest równaniem wykładniczym</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykresy funkcji wykładniczych z wartością bezwzględną</li> <li>• rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej</li> </ul>



Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> <li>• stosować w zadaniach wzory na logarytmy iloczynu i ilorazu</li> <li>• stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi</li> <li>• stosować w zadaniach wzór na zamianę podstawy logarytmu</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie</li> <li>• wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności</li> </ul>
Funkcja logarymiczna. Zastosowania logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarymicznych</li> <li>• przekształcać wykresy funkcji logarymicznych</li> <li>• obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarymicznej na podstawie jej wykresu</li> <li>• odczytywać z wykresów funkcji <math>f</math> i <math>g</math> rozwiązanie nierówności <math>f(x) \leq g(x)</math>, korzystając z wykresu funkcji logarymicznej</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• sporządzać wykresy funkcji logarymicznych z wartością bezwzględną</li> <li>• sporządzać wykresy funkcji logarymicznych (i wykładniczych) zapisanych różnymi wzorami w różnych przedziałach</li> <li>• wyznaczać dziedzinę funkcji typu <math>f(x) = \log_a(g(x))</math></li> <li>• rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem logarytmów</li> <li>• rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące określenia dziedziny złożonej funkcji logarymicznej</li> </ul>
Równania i nierówności wykładnicze	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać proste równania wykładnicze typu <math>a^{f(x)} = a^{g(x)}</math></li> <li>• rozwiązywać proste nierówności wykładnicze typu <math>a^{f(x)} &lt; a^{g(x)}</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać równania wykładnicze metodą podstawiania</li> </ul>
Równania i nierówności logarymiczne	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać proste równania logarymiczne typu <math>\log_a f(x) = \log_a g(x)</math></li> <li>• rozwiązywać proste nierówności logarymiczne typu <math>\log_a f(x) &lt; \log_a g(x)</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• rozwiązywać proste równania logarymiczne metodą podstawiania</li> </ul>