

MATEMATYKA klasa 2 LO (4-letniego)

poziom podstawowy

PLAN WYNIKOWY

I. Zastosowania funkcji kwadratowej

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Wartość największa i wartość najmniejsza funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">wyznaczać wartość największą i wartość najmniejszą funkcji kwadratowej w podanym przedziale	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do szukania wartości ekstremalnych funkcji kwadratowej
Miejsca zerowe funkcji kwadratowej	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać równania kwadratowe niepełne ($ax^2 + bx = 0$, $ax^2 + c = 0$) metodą rozkładu na czynnikiokreślać liczbę pierwiastków równania kwadratowego na podstawie znaku wyróżnikaokreślać liczbę miejsc zerowych funkcji kwadratowej na podstawie informacji dotyczących współczynników w jej wzorzedobierać współczynniki w równaniu kwadratowym tak, aby równanie miało jedno rozwiązanierozwiązywać równania kwadratowe za pomocą wzorów na pierwiastkiprzedstawiać funkcję kwadratową w postaci iloczynowejodczytywać miejsca zerowe funkcji kwadratowej z jej postaci iloczynowej	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać równanie postaci $f(x) = b$, gdzie f jest funkcją kwadratowąwykorzystywać równania kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji
Nierówności kwadratowe	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci iloczynowejrozwiązywać nierówności kwadratowe zapisane w postaci ogólnej	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać układy nierówności kwadratowychwykorzystywać nierówności kwadratowe do wyznaczania dziedziny funkcji

Zadania prowadzące do równań kwadratowych	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać graficznie i rachunkowo (algebraicznie) układy równań prowadzące do równań kwadratowych wyznaczać punkty wspólne paraboli i prostej 	<ul style="list-style-type: none"> zapisywać układ równań, którego ilustracją są prosta i parabola przedstawione na rysunku rozwiązywać trudniejsze zadania tekstowe prowadzące do równań kwadratowych
Własności funkcji kwadratowej – podsumowanie	<ul style="list-style-type: none"> rysować wykresy funkcji kwadratowych i opisywać ich własności znajdować brakujące współczynniki funkcji kwadratowej na podstawie różnych informacji o jej wykresie podawać wzór funkcji kwadratowej na podstawie jej wykresu 	<ul style="list-style-type: none"> rysować wykresy funkcji kwadratowych określonych w różnych przedziałach różnymi wzorami odczytywać z wykresu funkcji kwadratowej f liczbę rozwiązań równania $f(x) = m$ w zależności od parametru m

II. Wielomiany i wyrażenia wymierne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Określenie funkcji wielomianowej	<ul style="list-style-type: none"> zapisywać wielomiany o danych współczynnikach i wypisywać współczynniki danych wielomianów określać stopień wielomianu obliczać wartość wielomianu dla danych argumentów 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wartości parametrów tak, aby dwa wielomiany były równe wyznaczać współczynniki wielomianu tak, aby został spełniony dany warunek
Działania w zbiorze wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> dodawać i odejmować wielomiany mnożyć wielomiany, określać stopień iloczynu wielomianów 	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać stopień wielomianu w zależności od wartości parametrów
Wzory skróconego mnożenia	<ul style="list-style-type: none"> zapisywać wyrażenia algebraiczne postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ w postaci sumy algebraicznej z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia przekształcać wielomiany z zastosowaniem wzorów skróconego mnożenia trzeciego stopnia 	<ul style="list-style-type: none"> zapisywać sumę algebraiczną w postaci $(a + b)^3$, $(a - b)^3$, $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$, $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ stosować wzory skróconego mnożenia w zadaniach na dowodzenie
Równania wielomianowe	<ul style="list-style-type: none"> sprawdzać, czy dana liczba jest pierwiastkiem wielomianu odczytywać pierwiastki wielomianu z jego postaci iloczynowej 	<ul style="list-style-type: none"> rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów, jeśli wymaga to przedstawienia pewnych

	<ul style="list-style-type: none"> • podawać przykłady wielomianów, mając dane ich pierwiastki • rozkładać wielomiany na czynniki z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia • rozkładać wielomiany na czynniki metodą grupowania wyrazów • rozwiązywać równania wielomianowe za pomocą rozkładu na czynniki 	<p>wyrazów w postaci sumy innych wyrazów</p> <ul style="list-style-type: none"> • rozkładać wielomiany na czynniki metodą podstawiania • stosować równania wielomianowe w zadaniach tekstowych • wyznaczać wartości parametrów, stosując rozkład wielomianu na czynniki • stosować rozkład wielomianu na czynniki w zadaniach na dowodzenie
Dzielenie wielomianów	<ul style="list-style-type: none"> • dzielić wielomiany pisemnie • zapisywać wielomiany w postaci $W(x) = P(x) \cdot Q(x) + R(x)$, mając dane wielomiany W i P • stosować w zadaniach twierdzenie Bézouta 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące dzielenia wielomianów
Zastosowanie twierdzenia Bézouta	<ul style="list-style-type: none"> • dzielić wielomian przez dwumian $x - a$ przy użyciu schematu Hornera • rozwiązywać równania wielomianowe z wykorzystaniem twierdzenia o pierwiastkach całkowitych wielomianu o współczynnikach całkowitych i twierdzenia Bézouta 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wielomianowe z parametrem
Wyrażenia wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać działania na wielomianach wielu zmiennych • określać stopień wielomianu wielu zmiennych • obliczać wartość wielomianu wielu zmiennych dla danych wartości tych zmiennych • określać dziedzinę wyrażenia wymiernego • skracać i rozszerzać wyrażenia wymierne • sprowadzać wyrażenia wymierne do wspólnego mianownika 	<ul style="list-style-type: none"> • znajdować (w prostych przypadkach) wszystkie pary liczb całkowitych spełniające równanie z dwiema niewiadomymi • stosować własności wielomianów wielu zmiennych w zadaniach na dowodzenie
Działania na wyrażeniach wymiernych	<ul style="list-style-type: none"> • dodawać i odejmować wyrażenia wymierne • mnożyć i dzielić wyrażenia wymierne 	<ul style="list-style-type: none"> • wykonywać wieloetapowe działania na wyrażeniach wymiernych
Równania wymierne	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać równania wymierne prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych • wyznaczać ze wzoru jedną zmienną w zależności od innych 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równania wymiernego (np. dotyczące drogi, prędkości i czasu lub wydajności pracy)

III. Planimetria

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie TREŚCI PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie TREŚCI PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Wstęp do planimetrii	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystywać w zadaniach nierówność trójkąta • wykorzystywać w zadaniach twierdzenie Pitagorasa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa • wykorzystywać w zadaniach własność symetralnej odcinka i własność dwusiecznej kąta • wykonywać elementarne konstrukcje geometryczne, np. symetralnej odcinka, dwusiecznej kąta, prostej równoległej (prostopadłej) do danej przechodzącej przez dany punkt 	<ul style="list-style-type: none"> • podawać liczbę osi symetrii i środków symetrii figur geometrycznych
Okręgi i proste	<ul style="list-style-type: none"> • określać wzajemne położenie dwóch okręgów • korzystać z własności stycznej do okręgu • określać wzajemne położenie okręgu i prostej • korzystać z twierdzenia o odcinkach stycznych • korzystać z własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie 	<ul style="list-style-type: none"> • korzystać z własności okręgów stycznych • korzystać z własności okręgów w wieloetapowych zadaniach geometrycznych
Kąty w kole	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach pojęcia kąta środkowego i kąta wpisanego • stosować w zadaniach twierdzenie o zależności między kątem środkowym a kątem wpisanym opartymi na tym samym łuku • stosować w zadaniach twierdzenie o równości kątów wpisanych opartych na tym samym łuku • stosować w zadaniach twierdzenie o kącie wpisanym opartym na średnicy • obliczać pola wycinków kołowych i pierścieni kołowych 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą • stosować w zadaniach pojęcie kąta, pod którym widać dany odcinek z danego punktu • stosować zależność między kątem środkowym i kątem wpisanym w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności, np. w zadaniach wymagających dorysowania dodatkowych cięciw albo dostrzeżenia kąta prostego opartego na średnicy
Twierdzenie Talesa	<ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Talesa do obliczania długości odcinków • stosować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do ustalania równoległości prostych 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować twierdzenie Talesa w zadaniach konstrukcyjnych • rozwiązywać zadania wymagające wielokrotnego zastosowania twierdzenia Talesa • rozwiązywać zadania wymagające zastosowania twierdzenia Talesa osadzone w kontekście praktycznym

Podobieństwo	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać figury podobne • obliczać długości boków figur podobnych, wykorzystując skalę podobieństwa 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach twierdzenie o stosunku pól figur podobnych • wykorzystywać podobieństwo figur do obliczania odległości punktów i pól obszarów na mapie o danej skali lub w terenie
Trójkąty podobne	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać trójkąty podobne • stosować w zadaniach cechy podobieństwa trójkątów • poprawnie zapisywać proporcje boków w trójkątach podobnych • stosować w zadaniach twierdzenie o odcinku łączącym środki boków trójkąta • stosować w zadaniach własności środkowych trójkąta • stosować wzory na promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym i okręgu wpisanego w trójkąt równoboczny 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach twierdzenie o wysokości trójkąta prostokątnego poprowadzonej z wierzchołka kąta prostego • rozwiązywać zadania łączące podobieństwo trójkątów i kąty związane z okręgiem • korzystać z podobieństwa trójkątów w zadaniach na dowodzenie

IV. Funkcje trygonometryczne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Funkcje trygonometryczne kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) w trójkącie prostokątnym o danych bokach • obliczać długości boków i miary kątów trójkąta prostokątnego, mając dane jeden bok i wartość funkcji trygonometrycznej jednego z kątów ostrych • konstruować kąt ostry, mając daną wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych • posługiwać się wartościami funkcji trygonometrycznych (sinus, cosinus, tangens) kątów 30°, 45°, 60° • korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odeczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora) • znajdować miarę kąta, dla którego funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – w razie korzystania z tablic lub kalkulatora – miarę przybliżoną) • obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego, jaki tworzy prosta z osią x 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać wartości funkcji trygonometrycznych lub wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne w bardziej złożonych sytuacjach • wyznaczać kąt ostry z równości dotyczącej jednej z jego funkcji trygonometrycznych
Związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego	<ul style="list-style-type: none"> • stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta ostrego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$, $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$, $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ w prostych przypadkach • znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta ostrego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta 	<ul style="list-style-type: none"> • sprawdzać, czy istnieje kąt ostry spełniający podany warunek • stosować związki między funkcjami trygonometrycznymi w bardziej złożonych sytuacjach • korzystać ze związków między funkcjami trygonometrycznymi w zadaniach na dowodzenie
Zastosowania funkcji trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystywać funkcje trygonometryczne do obliczania pól i obwodów trójkątów • stosować wzór $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$, gdzie α jest kątem ostrym 	<ul style="list-style-type: none"> • korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w trudniejszych obliczeniach geometrycznych,

	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać funkcje trygonometryczne w łatwych zadaniach geometrycznych dotyczących czworokątów, np. trapezu prostokątnego 	<p>np. w zadaniach o okręgach albo zadaniach prowadzących do układów równań</p> <ul style="list-style-type: none"> korzystać z własności funkcji trygonometrycznych w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
Funkcje trygonometryczne kąta rozwartego	<ul style="list-style-type: none"> prawidłowo umieszczać kąty wypukłe w układzie współrzędnych obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kątów wypukłych umieszczonych w układzie współrzędnych stosować wzory redukcyjne dotyczące kąta $180^\circ - \alpha$ do obliczania funkcji trygonometrycznych kątów rozwartych korzystać ze wzoru na pole trójkąta $P = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ w przypadku kąta rozwartego 	<ul style="list-style-type: none"> konstruować kąt w układzie współrzędnych, znając wartość jednej z jego funkcji trygonometrycznych stosować definicje funkcji trygonometrycznych kąta rozwartego w zadaniach na dowodzenie
Własności funkcji trygonometrycznych	<ul style="list-style-type: none"> stosować podstawowe związki między funkcjami trygonometrycznymi kąta rozwartego: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$ znając wartość funkcji trygonometrycznej: sinus, cosinus lub tangens kąta rozwartego, wyznaczać wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych tego kąta udowadniać proste tożsamości trygonometryczne i podawać dotyczące ich założenia 	<ul style="list-style-type: none"> udowadniać tożsamości trygonometryczne wymagające przekształcenia wyrażeń wymiernych i podawać dotyczące ich założenia rozwiązywać zadania wymagające zastosowania związków między funkcjami trygonometrycznymi, np. znając wartość $\sin \alpha + \cos \alpha$, obliczyć $\sin \alpha \cdot \cos \alpha$

V. Funkcje wykładnicze i logarytmiczne

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	W zakresie WYMAGAŃ PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie WYMAGAŃ PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Funkcja wykładnicza	<ul style="list-style-type: none"> sporządzać wykresy i podawać własności funkcji wykładniczych przekształcać wykresy funkcji wykładniczych wyznaczać wartość parametru tak, aby dany punkt należał do wykresu funkcji wykładniczej 	<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym z zastosowaniem funkcji wykładniczej

	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji wykładniczej na podstawie jej wykresu • rozwiązywać graficznie równanie lub nierówność, korzystając z wykresu funkcji wykładniczej 	
Własności logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach wzory na logarytmy iloczynu i ilorazu • stosować w zadaniach wzór na logarytm potęgi 	<ul style="list-style-type: none"> • wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach na dowodzenie • wykorzystywać własności logarytmów w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności
Funkcja logarymiczna. Zastosowania logarytmów	<ul style="list-style-type: none"> • sporządzać wykresy i podawać własności funkcji logarytmicznych • przekształcać wykresy funkcji logarytmicznych • obliczać wartości współczynników we wzorze funkcji logarytmicznej na podstawie jej wykresu • odczytywać z wykresów funkcji f i g rozwiązanie nierówności $f(x) \leq g(x)$, korzystając z wykresu funkcji logarytmicznej 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać dziedzinę funkcji typu $f(x) = \log_a(g(x))$ • rozwiązywać z zastosowaniem logarytmów zadania osadzone w kontekście praktycznym