

MATEMATYKA klasa 4 LO

(poziom rozszerzony)

Plan wynikowy Prosto do matury 4 STEREOMETRIA (32 godz.)

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	liczba godzin	W zakresie TREŚCI PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie TREŚCI PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Proste i płaszczyzny w przestrzeni	2	<ul style="list-style-type: none">wskazywać płaszczyzny równoległe i płaszczyzny prostopadłe do danej płaszczyznywskazywać proste równoległe i proste prostopadłe do danej płaszczyznywskazywać proste skośne w przestrzeniwskazywać proste prostopadłe w przestrzeniodróżniać proste równoległe od prostych skośnych	<ul style="list-style-type: none">opisywać proste konstrukcje w przestrzeni (np. konstrukcję płaszczyzny zawierającej daną prostą i prostopadłej do danej płaszczyzny)rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące równoległości i prostopadłości w przestrzeni, dowód twierdzenia o prostej prostopadłej do dwóch przecinających się prostych
Kąt nachylenia prostej do płaszczyzny	3	<ul style="list-style-type: none">zaznaczać rzut prostokątny punktu na płaszczyznęobliczać odległość punktu od płaszczyznyzaznaczać kąty nachylenia przekątnych prostopadłościanu do jego ścianzaznaczać kąty nachylenia krawędzi bocznych ostrosłupa do płaszczyzny jego podstawy	<ul style="list-style-type: none">rozwiązywać zadania wymagające zastosowania rzutu prostokątnego na płaszczyznę, np. obliczać miarę kąta nachylenia prostej do płaszczyzny, wykorzystując odległość punktów leżących na tej prostej od danej płaszczyznyzaznaczać kąty nachylenia odcinków w graniastopie do jego ścian bocznych

			<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach twierdzenie o trzech prostopadłych; przeprowadzać dowód tego twierdzenia • wykorzystywać wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
Kąt dwuścienny	2	<ul style="list-style-type: none"> • rozróżniać kąty płaskie, kąty nachylenia prostej do płaszczyzny i kąty dwuścienne • zaznaczać kąty między przeciwległymi ścianami bocznymi ostrosłupów prawidłowego czworokątnego • zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupa prawidłowego do płaszczyzny jego podstawy, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów 	<ul style="list-style-type: none"> • zaznaczać kąty nachylenia ścian bocznych ostrosłupów innych niż prawidłowe do płaszczyzny podstawy • zaznaczać kąty dwuścienne między ścianami bocznymi ostrosłupów
Graniastosłupy	4	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać graniastosłupy proste i pochyłe, równoległościanny i prostopadłościanny • rysować rzuty graniastosłupów na płaszczyznę • zaznaczać przekątne graniastosłupa • rysować siatki graniastosłupów • rozwiązywać proste zadania dotyczące graniastosłupów • określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków graniastosłupa • wyznaczać przekroje płaskie graniastosłupów w prostych przypadkach, np. zawierające przekątną podstawy 	<ul style="list-style-type: none"> • rysować przekroje graniastosłupów w trudniejszych przypadkach, np. zawierające trzy punkty należące do krawędzi bocznych • obliczać pole przekroju graniastosłupa płaszczyzną

Ostrosłupy	4	<ul style="list-style-type: none"> • rozpoznawać ostrosłupy prawidłowe • rysować rzuty ostrosłupów na płaszczyznę • rysować siatki ostrosłupów • rozwiązywać proste zadania dotyczące kątów nachylenia krawędzi i ścian ostrosłupa do płaszczyzny podstawy (również z wykorzystaniem trygonometrii) • określać liczbę ścian, krawędzi i wierzchołków ostrosłupa • wyznaczać przekroje ostrosłupa zawierające jego wierzchołek 	<ul style="list-style-type: none"> • stosować w zadaniach związki między liczbą ścian, krawędzi i wierzchołków w graniastopach i ostrosłupach • stosować w zadaniach wzór Eulera • wyznaczać przekroje ostrosłupów niezawierające wierzchołka ostrosłupa, rozwiązywać zadania dotyczące tych przekrojów • rozpoznawać wielościany foremne i opisywać ich własności • wykorzystywać własności ostrosłupów w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym • rozwiązywać trudniejsze zadania dotyczące związków miarowych w ostrosłupach
Bryły obrotowe	4	<ul style="list-style-type: none"> • wskazywać promień podstawy, wysokość i tworzące walców oraz stożków i stosować w zadaniach związki między nimi • wskazywać cięciwę, średnicę i koło wielkie kuli; rozpoznawać odcinek, wycinek i warstwę kuli; stosować w zadaniach związki między nimi • wskazywać kąt rozwarcia stożka oraz kąt nachylenia tworzącej do podstawy stożka, obliczać wartości funkcji trygonometrycznych lub miary tych kątów • wyznaczać przekroje osiowe brył obrotowych, wyznaczać związki miarowe w tych przekrojach 	<ul style="list-style-type: none"> • badać własności brył powstałych z obrotu wokół osi różnych figur płaskich • wyznaczać związki miarowe w bryłach opisanych na kuli • wyznaczać związki miarowe w bryłach wpisanych w kulę

Pola powierzchni i objętości brył obrotowych	5	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walców, stożków i kul, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w prostych przypadkach • stosować funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków i miar kątów w bryłach w prostych przypadkach rozwiązywać zadania osadzone w kontekście praktycznym wymagające opracowania odpowiedniego modelu matematycznego i wykorzystania poznanych wiadomości z dziedziny stereometrii w prostych przypadkach • rozpoznawać bryły podobne, wykorzystywać zależność między polami powierzchni i objętościami brył podobnych 	<ul style="list-style-type: none"> • wyznaczać objętości i pola powierzchni brył, w których dane mają postać wyrażeń algebraicznych, doprowadzać wynik do prostej postaci i określać dziedziny tych wyrażeń, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach • obliczać objętości i pola powierzchni brył na podstawie nietypowych danych (np. kąta między ścianami bocznymi ostrosłupa lub kąta nachylenia przekątnej ściany bocznej graniastosłupa trójkątnego do sąsiedniej ściany bocznej), również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń w trudniejszych przypadkach • stosować w zadaniach własności brył podobnych trudniejszych przypadkach, również w zadaniach osadzonych w kontekście praktycznym
Zadania optymalizacyjne	4	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać proste zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. wyznaczać największą objętość graniastosłupa na podstawie znajomości odpowiednich zależności między długościami jego krawędzi) 	<ul style="list-style-type: none"> • rozwiązywać trudniejsze zadania optymalizacyjne z wykorzystaniem pochodnej (np. dotyczące bryły wpisanej w bryłę)

RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA (25 godz.)

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	liczba godzin	W zakresie TREŚCI PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie TREŚCI PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Permutacje i wariacje	3	<ul style="list-style-type: none"> • wypisywać wszystkie możliwe permutacje danego zbioru • obliczać wartość $n!$ dla danego n • obliczać liczbę permutacji danego zbioru • przekształcać wyrażenia zawierające symbol $n!$ dla danego n • stosować regułę mnożenia i regułę dodawania • obliczać liczbę wariacji z powtórzeniami i liczbę wariacji bez powtórzeń • rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (ustawianie n osób w określonym porządku, tworzenie liczb n-cyfrowych o określonych własnościach, układanie liter w słowa itp.) • przedstawiać drzewo i ilustrujące zbiór wszystkich możliwych wyników danego doświadczenia 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcać wyrażenia zawierające symbole $n!$ w trudniejszych przypadkach • rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące permutacji i wariacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków) • obliczać w prostych przypadkach liczbę permutacji, jeśli niektóre wyrazy powtarzają się
Kombinacje	3	<ul style="list-style-type: none"> • obliczać wartość symbolu Newtona $\binom{n}{k}$ dla danych $n, k \in N, n \geq k$ • obliczać liczbę kombinacji • rozwiązywać proste zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (jednoczesne losowanie kilku kul z urny, losowanie kart z talii, wybór delegacji itp.) 	<ul style="list-style-type: none"> • przekształcać i upraszczać wyrażenia zawierające symbol Newtona • dowodzić własności wyrażeń zawierających symbol Newtona

			<ul style="list-style-type: none"> rozwiązywać trudniejsze zadania kombinatoryczne dotyczące kombinacji (np. wymagające rozważenia kilku przypadków)
Trójkąt Pascala i dwumian Newtona	3	<ul style="list-style-type: none"> wyznaczać wartości wyrażeń $\binom{n}{k}$ na podstawie trójkąta Pascala, $n, k \in N, n \geq k$ przekształcać wyrażenia algebraiczne z zastosowaniem wzorów na $(a + b)^n$ i $(a - b)^n, n \in N$ dla danych wartości n, korzystając ze wzoru dwumianowego Newtona 	<ul style="list-style-type: none"> stosować w zadaniach wzór $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$; przeprowadzać dowód tej własności wyznaczać wyrazy rozwinięcia dwumianu $(a + b)^n$ o określonych własnościach stosować wzór na $(a + b)^n$ w zadaniach na dowodzenie udowodnić wzór dwumianowy Newtona i wnioski z tego wzoru
Obliczanie prawdopodobieństwa z zastosowaniem kombinatoryki	4	<ul style="list-style-type: none"> obliczać prawdopodobieństwa zdarzeń z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w typowych doświadczeniach losowych, wymagających użycia wzorów kombinatorycznych oraz reguły mnożenia i reguły dodawania 	<ul style="list-style-type: none"> dobierać odpowiedni model do mniej typowego zadania z zastosowaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa stosować wzory kombinatoryczne oraz regułę mnożenia i regułę dodawania w zadaniach z wykorzystaniem klasycznej definicji prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach rozwiązywać zadania z danym prawdopodobieństwem wymagające ułożenia równania i wyznaczenia np. liczby kul w urnie
Prawdopodobieństwo warunkowe	2	<ul style="list-style-type: none"> obliczać prawdopodobieństwo warunkowe wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo warunkowe 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać zależności między zdarzeniami losowymi oraz wzór na prawdopodobieństwo warunkowe w trudniejszych przypadkach

		<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać w zadaniach wzór na prawdopodobieństwo iloczynu zdarzeń 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać wzór na prawdopodobieństwo warunkowe w zadaniach na dowodzenie
Twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym	3	<ul style="list-style-type: none"> opisać układ zupełny zdarzeń wykorzystać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w prostych przypadkach rysować drzewo ilustrujące rozwiązania zadania za pomocą twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym 	<ul style="list-style-type: none"> wykorzystywać twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym w trudniejszych przypadkach rozwiązywać zadania z wykorzystaniem wzoru Bayesa
Schemat Bernoulliego	3	<ul style="list-style-type: none"> rozpoznawać sytuacje, w których można użyć schematu Bernoulliego obliczać prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie stosować schemat Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa zdarzeń w prostych przypadkach 	<ul style="list-style-type: none"> stosować wzór Bernoulliego do obliczania prawdopodobieństwa w trudniejszych przypadkach, np. do obliczenia prawdopodobieństwa uzyskania co najmniej k sukcesów w n próbach obliczać najbardziej prawdopodobną liczbę sukcesów w schemacie Bernoulliego

DOWODY W MATEMATYCE (12 godz.)

TEMAT ZAJĘĆ EDUKACYJNYCH	liczba godzin	W zakresie TREŚCI PODSTAWOWYCH uczeń potrafi:	W zakresie TREŚCI PONADPODSTAWOWYCH uczeń potrafi:
Dowody w geometrii	5	rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące: <ul style="list-style-type: none"> własności kątów (kąty wierzchołkowe, przyległe, utworzone przez prostą przecinającą proste równoległe, suma kątów w wielokącie, kąt między styczną a cięciwą) 	rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące: <ul style="list-style-type: none"> nierówności trójkąta twierdzenia o odcinkach stycznych

		<ul style="list-style-type: none"> • przystawania i podobieństwa trójkątów • twierdzenia Pitagorasa i twierdzenia odwrotnego do twierdzenia Pitagorasa • własności wysokości, śródownych, symetralnych boków i dwusiecznych kątów w trójkącie • twierdzenia o odcinkach w trójkącie prostokątnym • czworokątów wpisanych w okrąg i opisanych na okręgu • kątów środkowych i kątów wpisanych 	<ul style="list-style-type: none"> • pól figur podobnych • długości łuku okręgu i pola wycinka kołowego • własności wektorów • związków miarowych w wielokątach
Dowody w algebrze	5	<p>rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:</p> <ul style="list-style-type: none"> • podzielności liczb całkowitych w prostych przypadkach • dzielenia z resztą w prostych przypadkach • własności logarytmów • nierówności algebraicznych (z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia) 	<p>rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące:</p> <ul style="list-style-type: none"> • podzielności liczb całkowitych w trudniejszych przypadkach • dzielenia z resztą w trudniejszych przypadkach • niewymierności liczb • własności wartości bezwzględnej • przekształcania wyrażeń zawierających pierwiastki (np. $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = \sqrt{5} - 1$) • nierówności algebraicznych, (również metodą nie wprost)